

Algoritmia

Taller Geometría Computacional

Entrega: Miércoles 1 de Noviembre al finalizar la clase
Grupos máximo de 2 personas.

El producto cruzado de dos puntos p_1 y p_2 se define como:

$$p_1 \times p_2 = (x_1, y_1) \times (x_2, y_2) = x_1y_2 - x_2y_1$$

- 1.Cuál es el significado geométrico de $p_1 \times p_2$?
2. Explique detalladamente que relación entre los vectores \vec{p}_1 y \vec{p}_2 implican las siguientes condiciones (justifique matemáticamente cada una de sus afirmaciones):
 - a) $p_1 \times p_2 < 0$
 - b) $p_1 \times p_2 = 0$
 - c) $p_1 \times p_2 > 0$
3. Dados tres puntos p_1, p_2 y p_3 , explique cómo usar el producto cruzado para determinar si el segmento $\overrightarrow{p_2p_3}$ gira a la derecha o a la izquierda con respecto al segmento $\overrightarrow{p_1p_2}$. De una explicación (demostración) detallada de la solución propuesta.
4. El ángulo polar de un punto p_2 con respecto a un punto p_1 corresponde al ángulo que forma el vector $\overrightarrow{(p_2 - p_1)}$ con el vector $(1, 0)$ (el eje coordenado x). Por ejemplo el ángulo polar, en radianes, de $(4, 8)$ con respecto a $(3, 7)$ es $\frac{\pi}{4}$. Use el producto cruzado para diseñar un algoritmo que ordene un conjunto de puntos $\langle p_1, p_2, \dots, p_n \rangle$ en orden ascendente del ángulo polar con respecto a un punto p_0 en tiempo $O(n \log n)$. Enuncie el algoritmo y explíquelo de manera detallada.
5. Dado un conjunto de n puntos, cómo determinar si hay un subconjunto de tres puntos colineales? Diseñe un algoritmo que tome menos tiempo que el algoritmo obvio, $O(n^3)$. Enuncie el algoritmo y explíquelo de manera detallada.
6. Cómo determinar si dos segmentos $\overrightarrow{p_1p_2}$ y $\overrightarrow{p_3p_4}$ se intersectan? Puede diseñar un algoritmo que no use divisiones?