

# Algoritmia

## Taller Geometría Computacional

**Entrega:** Miércoles 1 de Noviembre al finalizar la clase  
Grupos máximo de 2 personas.

---

El producto cruzado de dos puntos  $p_1$  y  $p_2$  se define como:

$$p_1 \times p_2 = (x_1, y_1) \times (x_2, y_2) = x_1y_2 - x_2y_1$$

1. Cuál es el significado geométrico de  $p_1 \times p_2$ ?
2. Explique detalladamente que relación entre los vectores  $\vec{p}_1$  y  $\vec{p}_2$  implican las siguientes condiciones (justifique matemáticamente cada una de sus afirmaciones):
  - a)  $p_1 \times p_2 < 0$
  - b)  $p_1 \times p_2 = 0$
  - c)  $p_1 \times p_2 > 0$
3. Dados tres puntos  $p_1, p_2$  y  $p_3$ , explique cómo usar el producto cruzado para determinar si el segmento  $\overrightarrow{p_2p_3}$  gira a la derecha o a la izquierda con respecto al segmento  $\overrightarrow{p_1p_2}$ . De una explicación (demostración) detallada de la solución propuesta.
4. El ángulo polar de un punto  $p_2$  con respecto a un punto  $p_1$  corresponde al ángulo que forma el vector  $\overrightarrow{(p_2 - p_1)}$  con el vector  $(1, 0)$  (el eje coordenado  $x$ ). Por ejemplo el ángulo polar, en radianes, de  $(4, 8)$  con respecto a  $(3, 7)$  es  $\frac{\pi}{4}$ . Use el producto cruzado para diseñar un algoritmo que ordene un conjunto de puntos  $\langle p_1, p_2, \dots, p_n \rangle$  en orden ascendente del ángulo polar con respecto a un punto  $p_0$  en tiempo  $O(n \log n)$ . Enuncie el algoritmo y explíquelo de manera detallada.
5. Dado un conjunto de  $n$  puntos, cómo determinar si hay un subconjunto de tres puntos colineales? Diseñe un algoritmo que tome menos tiempo que el algoritmo obvio,  $O(n^3)$ . Enuncie el algoritmo y explíquelo de manera detallada.
6. Cómo determinar si dos segmentos  $\overrightarrow{p_1p_2}$  y  $\overrightarrow{p_3p_4}$  se intersectan? Puede diseñar un algoritmo que no use divisiones?